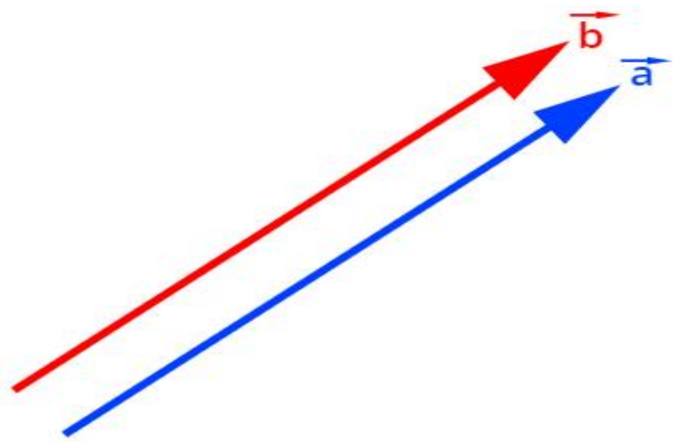
Iniciação ao ensino de vetores para estudantes de física do 1° ano do ensino médio

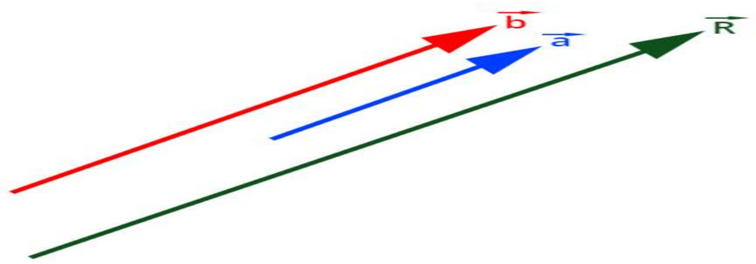
MÓDULO 3 – Operações com vetores

1. Soma de vetores

Vetores paralelos são aqueles que se encontram na **mesma direção** e no **mesmo sentido**. O ângulo formado entre esses vetores é sempre **nulo**. Observe a figura abaixo:



Caso esses vetores tenham também o mesmo módulo, dizemos que se trata de **vetores iguais.** Para encontrarmos a resultante desses vetores, basta **somarmos o módulo de cada um**, além disso, o vetor resultante estará na **mesma direção e sentido** dos vetores paralelos, e seu tamanho deverá ser o tamanho dos dois vetores originários:

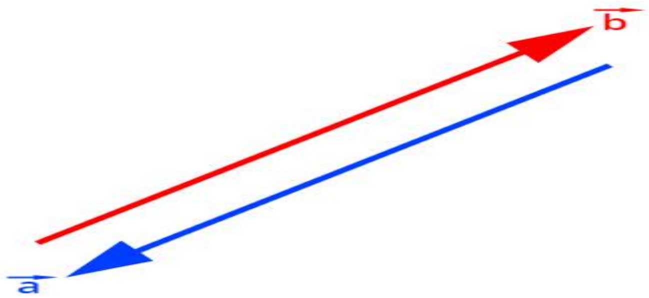


Para calcularmos o módulo do vetor R, podemos utilizar a seguinte fórmula:

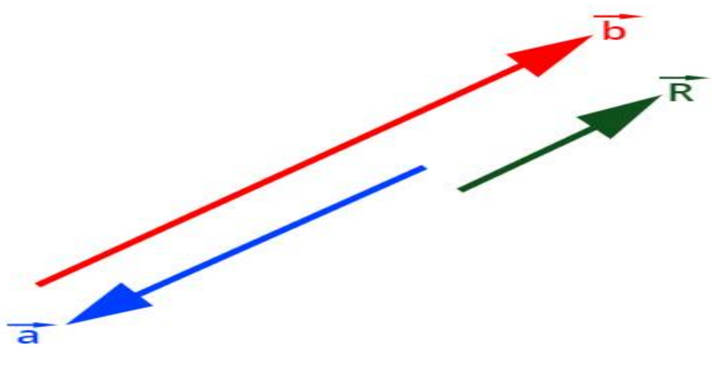
$$|\vec{R}| = |\vec{a} + \vec{b}|$$

2. Subtração de vetores

Vetores opostos fazem um **ângulo de 180° entre si**, encontram-se na **mesma direção**, porém com **sentidos contrários**, como mostra a figura:



O vetor resultante de dois vetores opostos é dado pela diferença no módulo desses, como é possível ver na figura seguinte:



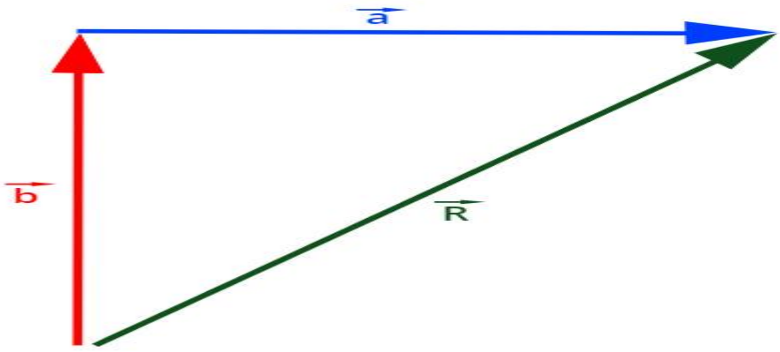
$$|\vec{R}| = |\vec{a} - \vec{b}|$$

Nesse caso, o vetor resultante terá sua direção e sentido determinados pelo **vetor de maior módulo** e poderá ser calculado por meio da seguinte fórmula:

$$|\vec{R}| = |\vec{a} - \vec{b}|$$

3. Vetores perpendiculares: Teorema de Pitágoras

Vetores perpendiculares formam um **ângulo de 90°** entre si. Para encontrarmos o vetor resultante de dois vetores perpendiculares, devemos **ligar** o **início** de um dos vetores à **ponta** do outro. O vetor resultante, nesse caso, formará a **hipotenusa** de um **triângulo retângulo**, observe:

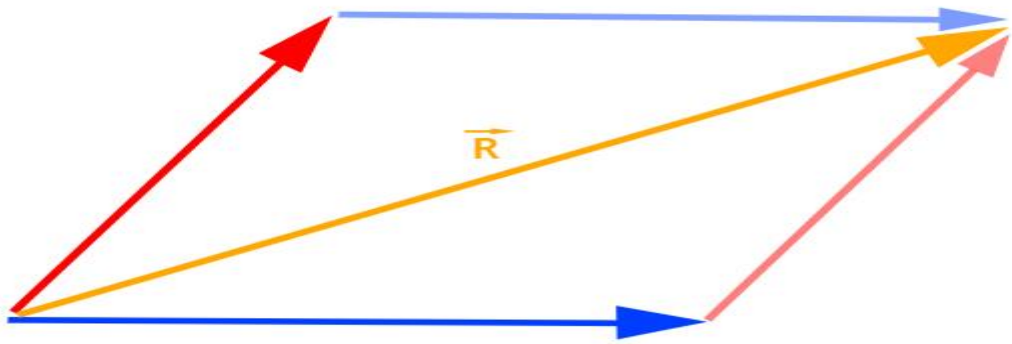


O módulo desse vetor resultante pode ser calculado usando o teorema de Pitágoras:

$$|\vec{R}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2$$

4. Vetores oblíquos: regra do paralelogramo

Vetores que não se encaixem em nenhum dos casos anteriores podem ser determinados geometricamente pela regra do **paralelogramo**, como na próxima figura:

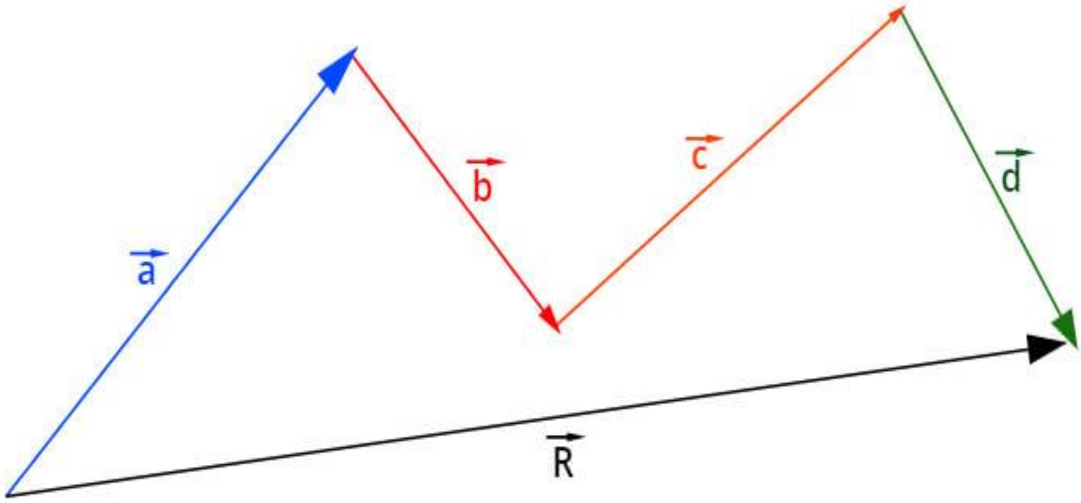


Sendo θ o ângulo formado entre os dois vetores de base (azul e vermelho), o módulo do vetor resultante poderá ser obtido por meio da próxima fórmula:

$$|\vec{R}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2|a|.|b|.cos\theta$$

5. Resultante de vários vetores

Quando temos **diversos vetores** e queremos encontrar o vetor resultante, devemos **conectá-los** uns aos outros. Nesse processo, que independe da ordem escolhida, devemos ligar a ponta de um vetor ao início do próximo. No fim, o vetor resultante será aquele que liga o início do primeiro vetor com a ponta do último:



Para encontrarmos o módulo desse vetor, somamos as componentes x e y de cada um dos vetores **a**, **b**, **c**, e **d**, e, no fim, aplicamos o Teorema de Pitágoras.

$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d}$$

$$vetores \rightarrow \begin{cases} \vec{a} = (a_x, a_y) \\ \vec{b} = (b_x, b_y) \\ \vec{c} = (c_x, c_y) \\ \vec{d} = (d_x, d_y) \end{cases}$$

$$vetor \ \ resultante \rightarrow \vec{R} = (a_x + b_x + c_x + d_x \ , \ a_y + b_y + c_y + d_y)$$

Dentre as **operações com vetores** a mais importante é a soma e a subtração, pois requer operações geométricas na sua execução e são as que estão mais presentes no dia a dia. Somar grandezas vetoriais não é o mesmo que somar grandezas escalares. Na soma de grandezas escalares tudo se passa como estivéssemos somando números reais, o mesmo não acontece na soma de grandezas vetoriais. Vejamos um exemplo:

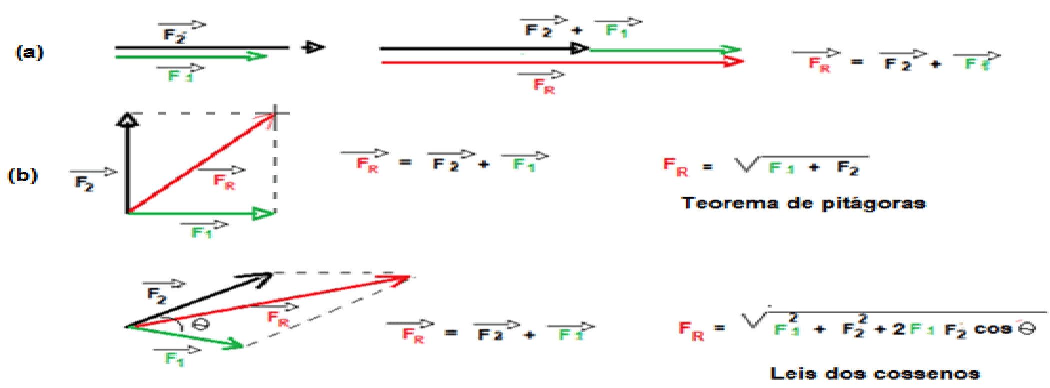
6. Soma de Grandezas Escalares.

3,0kg +4,0kg = 7,0kg. A temperatura de 40°C de um dia baixou de 45°C o que resultou em –5°C.

7. Soma de Grandezas Vetoriais (Vetores)

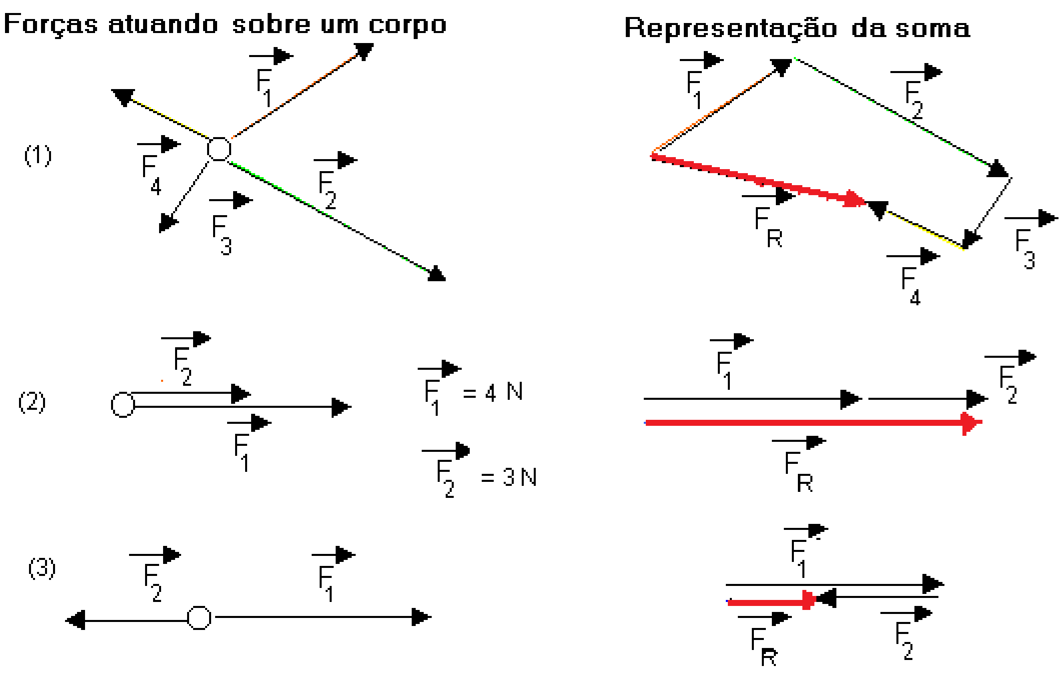
A soma de duas forças **F**$_1$= 3 N e **F**$_2$ =4 N atuando num corpo poderá ter como resultante **F**$_R$ = 7 N ou outro valor dependendo da direção e sentido que elas atuem sobre o corpo. Você perceberá isto sem nenhuma dificuldade na representação abaixo, onde temos a soma de dois vetores de mesma direção e em direção diferente.

Em (b) os vetores possuem direções diferentes e a adição é chamada de método do paralelogramo, onde pela extremidade de um traça-se uma linha pontilhada paralela ao o outro vetor de tal forma que o vetor resultante é o vetor formado pela diagonal do paralelogramo. E aí através do uso da geometria podemos calcular o seu módulo.



8. Soma através das linhas poligonais.

Quando temos dois ou mais vetores representados por segmentos orientados, podemos determinar a somas das grandezas assim representadas colocando-os um seguido do outro obedecendo módulo, direção e sentido. A soma dos vetores (vetor resultante) será o vetor representado pelo vetor que começa na origem do primeiro e termina na extremidade do último.



Cada situação acima pode ser representada por uma equação vetorial e o seu módulo é dado pelo comprimento do vetor resultante.

(1) $\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4$ Equação vetorial
Módulo do vetor resultante = (comprimento do vetor resultante na figura representada)

(2) $\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$
Módulo do vetor resultante = (comprimento do vetor resultante na figura representada), ou seja, $F_R = F_1 + F_2 = 4N + 3N = 7N$

(3) $\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$
Módulo do vetor resultante = (comprimento do vetor resultante na figura representada),ou seja, $F_R = F_1 - F_2 = 4N - 3N = 1N$

Observe que na situação 2 e 3 estão todos na mesma direção e que no caso de mesma direção e sentido a resultante é a soma algébrica e no caso 3 em que estão de sentidos diferentes, o vetor resultante é a diferença.

9. Aplicando o método do paralelogramo para adição de vetores

O método de paralelogramo consiste em somar vetores aos pares, ou seja, dois a dois, construindo assim um paralelogramo e determinando o vetor resultante através de cálculos algébricos ou simplesmente determinando o seu módulo através de medição. Para isto, eles têm que partir de um mesmo ponto, ou seja, ter uma mesma origem, o paralelogramo será formado por linhas tracejadas que partem da extremidade dos vetores e são paralelas ao outro vetor.

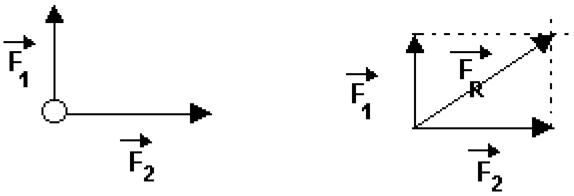
O vetor resultante é aquele que parte da origem dos vetores e vai até o cruzamento das linhas pontilhadas. Se optarmos pelo método analítico, o resultado através da medição, os tamanhos dos vetores têm que ser proporcionais a grandeza física que eles representam, por exemplo, um vetor velocidade de 30 m/s e outro de 40 m/s poderá ser representado por um vetor (segmento orientado) de 3 cm e 4 cm respectivamente.

10. Exercício/Exemplo

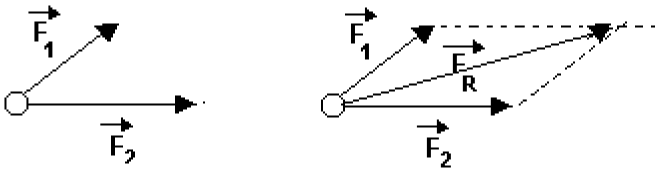
Um corpo está sendo arrastado sobre uma superfície sem atrito por duas forças mostradas em situações diferentes. Determine em cada caso o módulo da força resultante.

Seja $\vec{F_1} = 3N$ e $\vec{F_2} = 4N$ na situação (1) podemos determinar o módulo da força resultante $\vec{F}_R$ através do teorema de Pitágoras pois o vetor que representa esta força é a hipotenusa do triângulo formado e daí temos: $F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5N$

(1)



(2)



Na situação (2) se conhecemos o ângulo entre os vetores podemos aplicar a lei dos cosseno e o módulo da força resultante será: $F_R = \sqrt{F_1{}^2 + F_2{}^2 + 2.F_1.F_2\cos\theta}$,onde θ é o ângulo entre os dois vetores F_1 e F_2. Seja $\theta = 60°$

$$F_R = \sqrt{3^2 + 4^2 + 2.3.4\cos 60°} = \sqrt{9 + 16 + 24.\frac{1}{2}} = \sqrt{25 + 12} = \sqrt{37} \simeq 6N$$

Referências:

HORLEBROCK, Rafael. **Vetores. Disponível em:** https://mundoeducacao.uol.com.br/fisica/vetores.htm. **Acesso em:** 21 nov. 2021.

OPERAÇÕES com vetores. Disponível em: https://vamosestudarfisica.com/operacoes-com-vetores/. Acesso em: 21 nov. 2021.